— SOLOW MODELİ —

1. Varsayımlar

Girdi ve Çıktılar

$$Y(t) = F(K(t), A(t)L(t)) \quad (1)$$

1. Zaman üretim fonksiyonuna doğrudan katılmaz K, L, A ile katılır. Yani çıktı miktarı (Y), zaman içinde sadece girdi miktarları değişirse değişir.
2. A ve L modele çarpım şeklinde girer.

$F(K, AL) \rightarrow$ Harrod-neutral
$F(AK, L) \rightarrow$ Solow-neutral
$AF(K, L) \rightarrow$ Hicks-neutral

Production Function

Üretim fonksiyonu capital ve effective labor'a göre ölçeğe göre sabit getirilidir.

$$F(cK, cAL) = cF(K, AL) \quad \text{for } \forall c \geq 0 \quad (2)$$

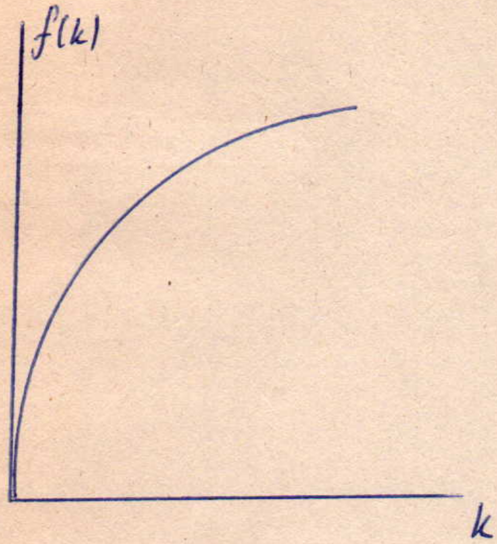
1. Ekonomi uzmanlaşmadan dolayı ölçeğe göre artan getiri sağlayamayacak kadar ~~çok~~ büyüktür
2. Sermaye, emek ve emeğin etkinliği (knowledge) dışındaki girdiler solow modelince göz ardı edilir.

$$c = \frac{1}{AL} \Rightarrow F\left(\frac{K}{AL}, 1\right) = \frac{1}{AL} F(K, AL) \quad (3)$$

$$y = \frac{Y}{AL} \wedge k = \frac{K}{AL} \Rightarrow y = f(k) = F(k, 1) \quad (4)$$

Etkin emek başına düşen çıktı miktarı, etkin emek başına düşen sermaye miktarına bağlıdır

Dördüncü denklemin arkasını görebilmek için, ekonomiyi AL kadar küçük ekonomilere böldüğümüzü düşünün, 1 birim etkin emek ve K/AL kadar sermaye.



$f(0)=0$

$f'(k)>0$

$f''(k)<0$

Inada Conditions (1964)

$\lim_{k\to 0} f'(k)=\infty$

$\lim_{k\to \infty} f'(k)=0$

Özel bir üretim fonksiyonu Cobb-Douglas

$$F(K,AL)=K^{\alpha}(AL)^{1-\alpha}, \quad 0<\alpha<1 \qquad (5)$$

$$F(cK,cAL)=(cK)^{\alpha}(cAL)^{1-\alpha} \qquad (6)$$

$$=c^{\alpha}K^{\alpha}c^{1-\alpha}(AL)^{1-\alpha}$$

$$=cF(K,AL)$$

$$f(k)\equiv F\left(\frac{K}{AL},1\right)=\left(\frac{K}{AL}\right)^{\alpha}\left(\frac{AL}{AL}\right)^{1-\alpha}$$

$$=\left(\frac{K}{AL}\right)^{\alpha}=k^{\alpha} \qquad (7)$$

The Evolution of the Inputs into Production

K, L ve A'nın başlangıç seviyeleri bilinmektedir. L ve A sabit oranlarda büyümektedir.

$$\dot{L}(t)=nL(t) \qquad (8)$$

$$\dot{A}(t)=gA(t) \qquad (9)$$

n ve g dışsal parametrelerdir

Büyüme oranları, bir değişkenin değişim oranının kendisine oranıdır. Yani $\dot{X}(t)/X(t)$ gibi. 8 denklem L nın büyüme oranının sabit olduğunu ve n'e eşit olduğunu, 9 denklem ise A'nın büyüme oranının sabit olduğunu ve g'ye eşit olduğunu söylüyor.

Büyüme oranı değişkenin doğal logaritmasının türevine eşittir.

$$\frac{d \ln X(t)}{dt} = \frac{d \ln X(t)}{d X(t)} \cdot \frac{d X(t)}{dt} = \frac{1}{X(t)} \cdot \dot{X}(t) \qquad (10)$$

O zaman 8 ve 9 uncu denklemlerden, L ve A nın logaritmasındaki değişimin oranı sabit ve n ile g ye eşittir.

$$\ln L(t) = [\ln L(0)] + nt \qquad (11)$$

$$\ln A(t) = [\ln A(0)] + gt \qquad (12)$$

İki tarafında doğal logaritmasını alırsak.

$$L(t) = L(0) e^{nt} \qquad (13)$$

$$A(t) = L(0) e^{gt} \qquad (14)$$

13 ve 14'e göre L ve A üstel olarak artar.